



REPUBLIQUE DU CAMEROUN
Paix – Travail – Patrie
UNIVERSITE DE DOUALA
ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
POLYTECHNIQUE DE DOUALA
CABINET DU DIRECTEUR
B.P. 2701 Douala
Tél. (237) 697 542 240
Site web : www.enspd-udo.cm

REPUBLIC OF CAMEROON
Peace – Work – Fatherland
THE UNIVERSITY OF DOUALA
NATIONAL HIGHER POLYTECHNIC
SCHOOL OF DOUALA
DIRECTOR OFFICE
P.O. Box 2701 Douala
Phone (237) 697 542 240
Email: contact@enspd-udo.cm



DEPARTEMENT DE TCO
Enseignant: Dr KIKMO
Cursus Sciences de l'Ingénieur 2

CC de fonctions à plusieurs variables
Crédit: 3; Durée: 2h; Effectifs:
Documents non autorisés

Exercice 1

A. On munit R^n du produit scalaire habituel $\langle ., . \rangle$ et de la norme euclidienne associée $\| . \|$.

- Déterminer l'ensemble Ω des points de R^n où l'application $N: R^n \rightarrow R$ définie par $N(x) = \|x\|$ est différentiable et calculer $dN(x) \cdot h$, pour $x \in \Omega$, $h \in R^n$.
- Montrer que l'application $g: R^n \rightarrow R^n$ définie par $g(x) = x/\|x\|$ est différentiable sur Ω et calculer $dg(x) \cdot h$, pour $x \in \Omega$, $h \in R^n$.
- Soit $f: R^n \rightarrow R$ une fonction radiale, c'est-à-dire telle que $f(x) = \phi(\|x\|)$ pour tout x . En supposant ϕ dérivable sur R^{+*} , montrer que f est différentiable sur Ω et exprimer son gradient à l'aide de la dérivée de ϕ et de g .

B. On considère l'application $f: \begin{cases} R^3 \rightarrow R^2 \\ (x, y, z) \mapsto (xye^z, \cos(z)) \end{cases}$

- Justifier que f est de classe C^∞ sur R^3
- Donner la différentielle de f au point $(1, 2, 3)$.

Exercice 2

Soit $f \in C^1(R^n, R^n)$ telle que pour tout $(x; y) \in R^n \times R^n$, $\|x - y\| \leq \|f(x) - f(y)\|$

- Montrer que f est injective
- Montrer que $f(R^n)$ est un fermé
- Montrer que $f(R^n)$ est un ouvert puis conclure

Exercice 3

A. Enoncer le théorème de Schwarz?

2. Préciser la régularité et donner ensuite, si c'est possible, le gradient, la matrice Hessienne et le développement limité à l'ordre 2 à l'origine des fonctions suivantes:

$$f(x, y) = \arctan(x + y^2), \quad g(x, y) = \ln(1 + xy).$$

B. On considère le champ vectoriel $\vec{V}(x, y, z) = (y^2 \cos x, 2y \sin x + e^{2z}, 2ye^{2z})$.

- Montrer que ce champ est un champ de gradient.
- Déterminer le potentiel $U(x, y, z)$ dont dérive ce champ sachant qu'il vaut 1 à l'origine.
- Quelle est la circulation de ce champ de $A(0, 1, 0)$ à $B(\frac{\pi}{2}, 3, 0)$?

« Gardons sain et propre notre environnement! Et protégeons-le en adoptant une nouvelle attitude »